

Analytische Geometrie des Kreises

Nicht vektoruell

Teil 2: Kreis und Gerade

Klasse 10 / 11

Datei Nr. 22112

Stand 4. Juni 2009

Friedrich Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Inhalt:

Datei 22111

§ 1	Kreisgleichungen	
1.1	Definition und erste Beispiele	3
1.2	Mittelpunkt und Radius (quadratische Ergänzung)	4
1.3	Wurzelfunktionen und Halbkreise	6
1.4	Aufgaben zur Kreisgleichung	8
1.5	Kreis durch 3 Punkte (Umkreis eines Dreiecks)	9
1.6	Lösungen der Aufgaben	12

Datei 22112

§ 2	Kreis und Gerade	
2.1	Schnitt mit achsenparallelen Geraden	3
2.2	Schnitt mit einer schrägen Geraden - Aufgaben	4
2.3	Kreistangenten: Grundaufgaben:	9
	GA 1: Gerade als Tangente identifizieren	9
	GA 2: Tangente im Kreispunkt B erstellen	10
	GA 3a: Tangente parallel zu einer Geraden	11
	GA 3b: Tangente senkrecht zu einer Geraden	13
2.4	Die allgemeine Tangentengleichung	15
2.5	Lösungen der Aufgaben	16

Datei 22113

§ 3	Mehrere Kreise	
3.1	Schnitt zweier Kreise	3
3.2	4: Tangenten-Grundaufgabe: Tangente von Q an k	5
3.3	Schnittbedingung für zwei Kreise	8
3.4	Kreisscharen	9
3.5	Lösungen der Aufgaben	17

§ 2 Kreis und Gerade

2.1 Schnitt mit einer achsenparallelen Geraden

Der einfachste Fall, einen Kreis und eine Gerade zu schneiden, liegt dann vor, wenn die Gerade parallel zur x- oder y-Achse ist.

Beispiel 1:

K: $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 16$

Horizontale Gerade: $g: y = 2$

$g \cap K = \{S_1, S_2\}$:

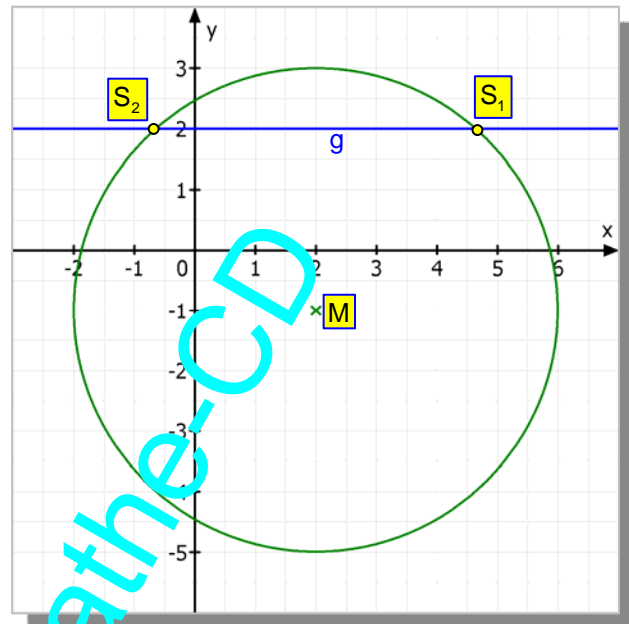
$$(x-2)^2 + 9 = 16$$

$$(x-2)^2 = 7$$

$$x-2 = \pm\sqrt{7}$$

Ergebnis:

$S_1(2+\sqrt{7} | 2), S_2(2-\sqrt{7} | 2)$



Beispiel 2:

K: $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$

Vertikale Gerade: $g: x = -1$

$g \cap K = \{S_1, S_2\}$:

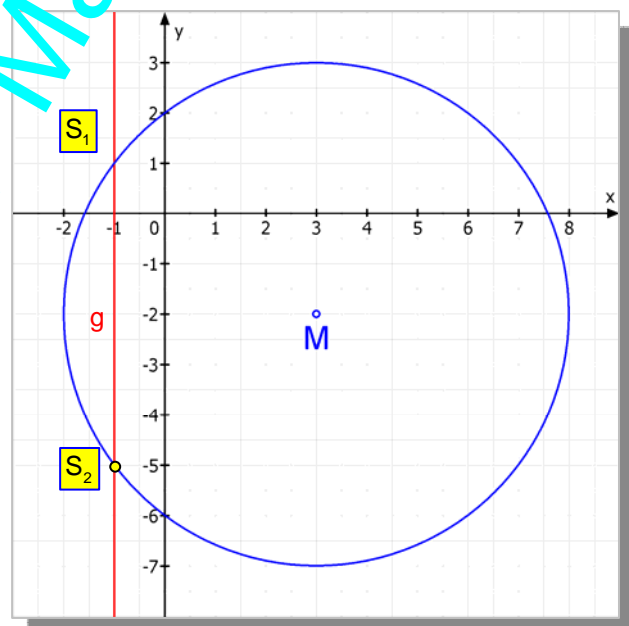
$$16 + (y+2)^2 = 25$$

$$(y+2)^2 = 9$$

$$y+2 = \pm 3 \Leftrightarrow y = -2 \pm 3$$

Ergebnis:

$S_1(-1 | 1), S_2(-1 | -5)$



Hinweis:

Diese Aufgabe kann auch in ganz anderer Form gestellt sein:

Gegeben ist der Kreis K durch $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$.

Bestimme die y-Koordinaten der Punkte $P_{1,2}$ mit $P_{1,2}(-1 | ?)$.

Dann folgt die Lösung wie im Beispiel 2:

$$16 + (y+2)^2 = 25 \text{ also } (y+2)^2 = 9 \text{ d.h. } y+2 = \pm 3 \Leftrightarrow y = -2 \pm 3$$

Ergebnis: $P_1(-1 | 1), P_2(-1 | -5)$

2.2 Schnitt mit einer schrägen Geraden

Grundaufgabe

Welche Lage können Kreis und Gerade zueinander haben?

Die Antwort hängt davon ab, welchen Abstand der Kreismittelpunkt von der Geraden hat.

Ist dieser Abstand ...

kleiner als r , dann gibt es 2 Schnittpunkte und die Gerade heißt Sekante.

gleich r , dann ist diese Gerade eine Tangente und der gemeinsame Punkt ist der Berührungspunkt.

größer als r , dann nennt man die Gerade eine Passante, jetzt haben Kreis und Gerade keine gemeinsamen Punkte.

Lösungsweg:

Man fällt das Lot vom Kreismittelpunkt M auf die Gerade und berechnet den Schnittpunkt (Lotfußpunkt) F . Die Länge der Strecke MF ist der gesuchte Abstand.

(Eine andere Methode besteht darin, M in die Hessesche Normalform der Geraden einzusetzen.)

Beispiel 1

Gegeben sind $k: x^2 + y^2 = 16$ und $g: y = x + 1$.

- Zeige zuerst durch eine Abstandsberechnung, dass es Schnittpunkte gibt.
- Berechne die Schnittpunkte.
- Berechne die Länge der Sekante.

Fortsetzung auf CD